

计算概论A—实验班

函数式程序设计

Functional Programming

胡振江，张 伟

北京大学 计算机学院

2022年09~12月

第2.1章：初见函数式思维

若干补充说明



函数的值域和像 不是同一个概念吗

定义 1.1.2 (函数的像) 给定函数 $f : X \rightarrow Y$, 它的像 (image), 记为 $img(f)$, 是一个集合, 其定义如下:

$$img(f) \doteq \{f(x) \mid x \in X\} \quad (1.2)$$

显然可知, 对任意函数 $f : X \rightarrow Y$, 满足 $img(f) \subseteq Y$.

如果你在一本书上看到“值域就是像”这样的说法
我想, 这应该是对函数的一种简化说法



函数可以分为三类

单射函数

injective function

给定函数 $f: X \rightarrow Y$, 称其为一个单射函数, 当且仅当如下条件成立:

$$\forall x_0, x_1 \in X \cdot x_0 \neq x_1 \Rightarrow f(x_0) \neq f(x_1)$$

满射函数

surjective function


给定函数 $f: X \rightarrow Y$, 称其为一个满射函数, 当且仅当如下条件成立:

$$\forall y \in Y \cdot \exists x \in X \cdot f(x) = y$$

双射函数

bijective function

给定函数 $f: X \rightarrow Y$, 称其为一个双射函数, 当且仅当它既是一个单射函数又是一个满射函数



如果把 *and* 的类型修改为
 $(\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{B}) \rightarrow \mathbb{B}$
该如何定义这个函数呢？

$$\begin{aligned} \mathit{and} & : \mathbb{B} \rightarrow (\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{B}) \\ \mathit{and}(x)(y) & \doteq \begin{cases} \mathbb{T} & \text{if } x = y = \mathbb{T} \\ \mathbb{F} & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

“逻辑与”函数的类型应该不能这样声明
如果不纠结函数定义的实际含义，可以如下定义

$$\begin{aligned} \mathit{and} & : (\mathbb{B} \rightarrow \mathbb{B}) \rightarrow \mathbb{B} \\ \mathit{and}(h) & \doteq h(\mathbb{T}) \end{aligned}$$



第2.1章：初见函数式思维

若干补充说明

THE END